

《数学》试卷

分 数

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下面四个手机应用图标中，属于中心对称图形的是（ ）



A



B



C



D

2. 将函数 $y=x^2$ 的图象用下列方法平移后，所得的图象不经过点 $A(1, 4)$ 的方法是（ ）

A. 向左平移 1 个单位

B. 向右平移 3 个单位

C. 向上平移 3 个单位

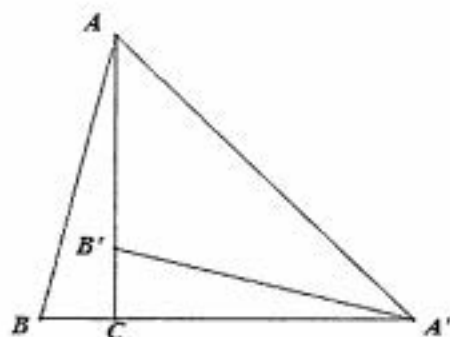
D. 向下平移 1 个单位

3. 对于函数 $y=-2(x-m)^2$ 的图象，下列说法不正确的是（ ）

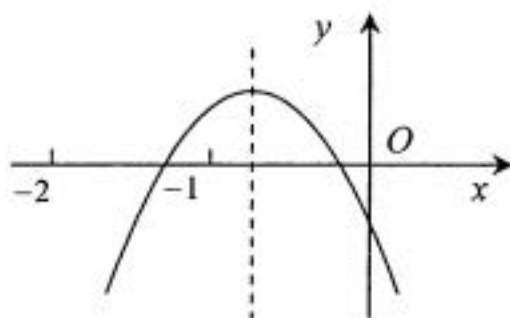
A. 开口向下

B. 对称轴是直线 $x=m$

C. 最大值为 0

D. 与 y 轴不相交4. 若抛物线 $y=ax^2+1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$ ，则关于 x 的方程 $a(x-2)^2+1=0$ 的实数根为（ ）A. $x_1=0, x_2=4$ B. $x_1=-2, x_2=6$ C. $x_1=\frac{3}{2}, x_2=\frac{5}{2}$ D. $x_1=-4, x_2=0$ 5. 如图，将 $Rt\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A'B'C'$ ，连接 AA' ，若 $\angle BAC=25^\circ$ ，则 $\angle BAA'$ 的度数是（ ）A. 55° B. 60° C. 65° D. 70° 

5 题图

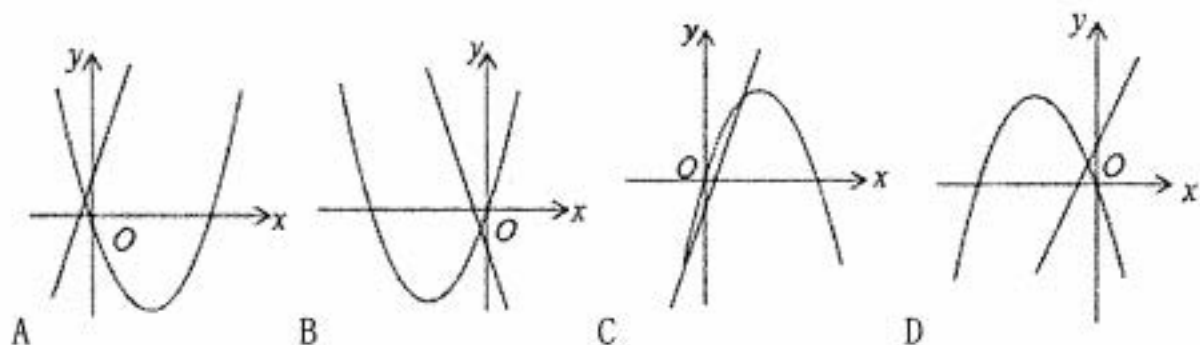


6 题图

6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 的图象如图所示, 则下列结论错误的是 ()

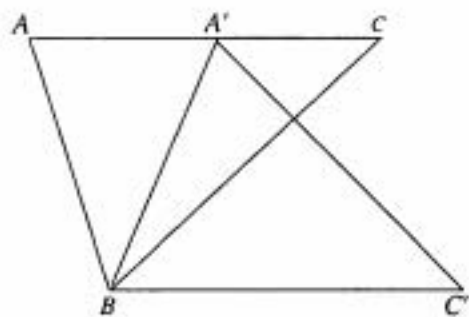
- A. $4ac < b^2$ B. $abc < 0$ C. $b + c > 3a$ D. $2a > b$

7. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = bx + a$ 的图象可能是 ()

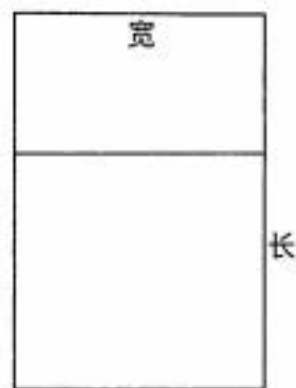


8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 沿顺时针旋转得到 $\triangle A'BC'$, 使点 A' 落在 AC 上, 已知 $\angle C = 40^\circ$, AC 平行于 BC' , 则 $\angle A'BC$ 的度数为 ()

- A. 30° B. 55° C. 65° D. 70°



8 题图



9 题图

9. 用长度为 8 米的铝合金条制成如图所示的矩形窗框, 那么这个窗框的最大透光面积为 ()

- A. $\frac{25}{6}m^2$ B. $\frac{8}{3}m^2$ C. $2m^2$ D. $4m^2$

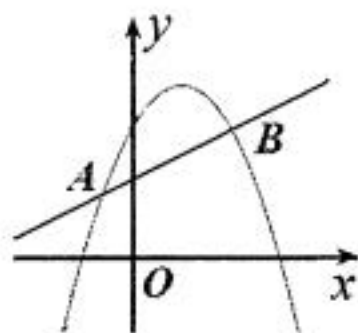
10. 二次函数 $y = a(x-4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 的图像在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

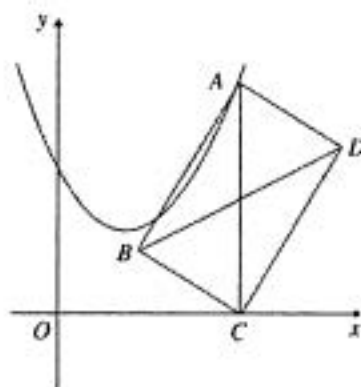
二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

11. 若 $y = (k+1)x^{k^2-k} - 2$ 是关于 x 的二次函数，则 k 的值为_____.

12. 如图，直线 $y = mx + n$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于 $A(-1, p)$, $B(4, q)$ 两点，则关于 x 的不等式 $mx + n > ax^2 + bx + c$ 的解集是_____.



12 题图



15 题图

13. 已知点 $A(a, -1)$ 是点 $B(2, b)$ 关于原点 O 的对称点，则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

14. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ 自变量 x 的部分取值和对应的函数值 y 如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	0	...

则在实数范围内能使得 $y - 5 > 0$ 成立的 x 的取值范围是_____.

15. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在抛物线 $y = x^2 - 2x + 2$ 上运动，过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C ，以 AC 为对角线作矩形 $ABCD$ ，连接 BD ，则对角线 BD 的最小值为_____.

三、解答题（共 75 分）

16. （8 分）解方程

(1) $2x^2 - 4x = -1$ (2) $2(x-3) = 3x(x-3)$

17. (8 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + (m-1)x + m$ 与 y 轴交于 $(0, 3)$,

(1) 求 m 的值;

(2) 求抛物线与 x 轴的交点坐标及顶点坐标;

(3) 请直接写出抛物线在 x 轴上方时 x 的取值范围_____.

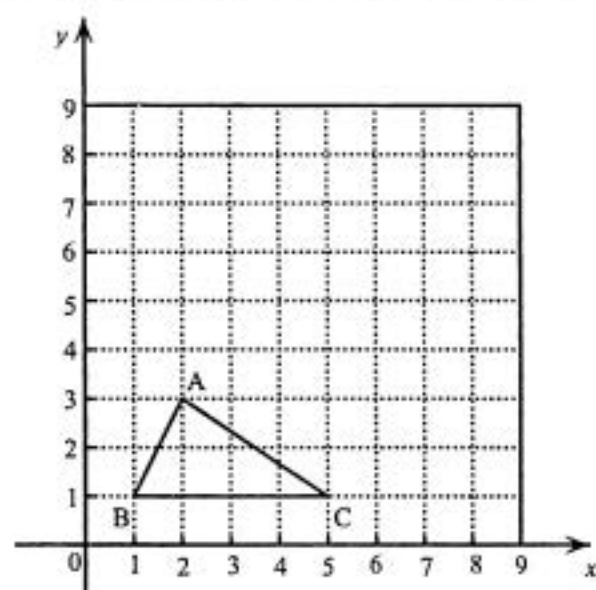
(4) 请直接写出 y 随 x 的增大而增大时 x 的取值范围_____.

18. (8 分) 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(2, 3)$, $B(1, 1)$, $C(5, 1)$.

(1) $\triangle ABC$ 平移后, 其中点 A 移到点 $A_1(4, 5)$, 画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 把 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° , 画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出点 B_1 的对应点 B_2 的坐标.

(3) 请判断以 A_1 、 C_1 、 C_2 为顶点的三角形的形状 (无需说明理由).



19. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 - (2m-1)x + m^2 - m$.

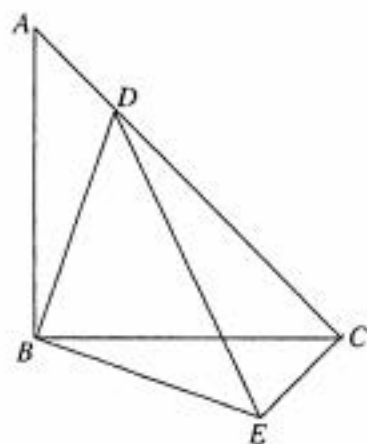
(1) 求证: 此抛物线与 x 轴必有两个不同的交点;

(2) 若此抛物线与直线 $y = x - 3m + 3$ 的一个交点在 y 轴上, 求 m 的值.

20. (10 分) 如图, 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D 在 AC 上, 将 $\triangle ABD$ 绕顶点 B 沿顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle CBE$.

(1) 直接写出 $\angle DCE$ 的度数.

(2) 当 $AB=4$, $AD:DC=1:3$ 时, 求 DB 的长.



21. (10 分) 某商店经销一种学生用双肩包, 已知这种双肩包的成本价为每个 30 元. 市场调查发现, 这种双肩包每天的销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 有如下关系: $y = -x + 60$ ($30 \leq x \leq 60$). 设这种双肩包每天的销售利润为 w 元.

- (1) 求 w 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 这种双肩包销售单价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?
- (3) 如果物价部门规定这种双肩包的销售单价不高于 42 元, 该商店销售这种双肩包每天要获得 200 元的销售利润, 销售单价应定为多少元?

河师大附中九年级上学期第一次<<数学>>月考试卷答案

1-5. *BDDAD* 6-10. *DCABA*

11.2

12. $x < -1$ 或 $x > 4$

13.-2 , 1

14. $x < -2$ 或 $x > 4$

15.1

$$16.(1) x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \quad (2) x_1 = 3, x_2 = \frac{2}{3}$$

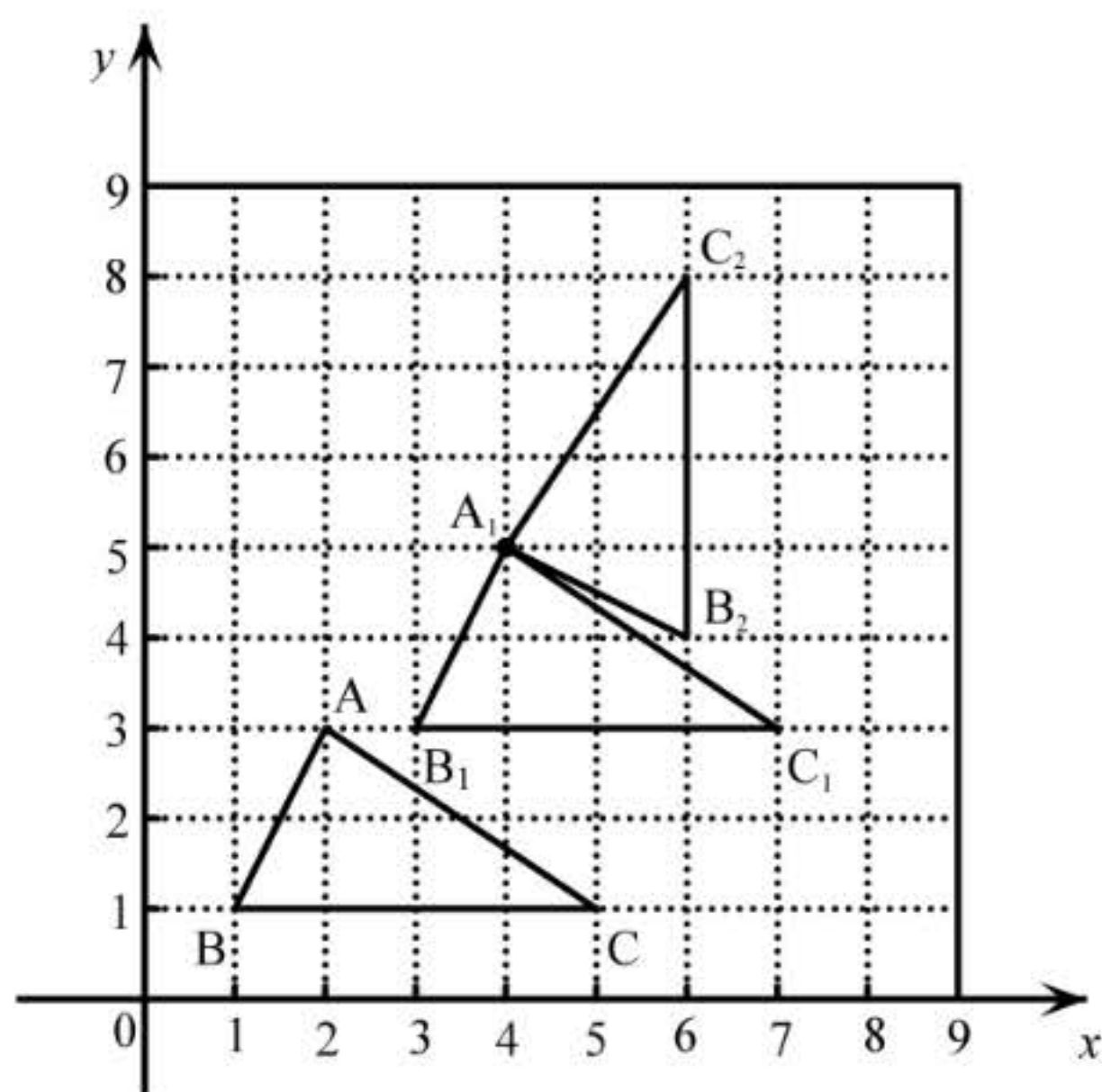
17.解: (1) 把(0, 3)代入 $y = -x^2 + (m-1)x + m$, 得: $m = 3$

(2) 由(1)知 $y = -x^2 + 2x + 3$, 令 $y = 0$, 得: $-x^2 + 2x + 3 = 0$

解得: $x_1 = -1, x_2 = 3$ 所以与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$

当 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ 时, $y = 4$, 所以顶点坐标为 $(1, 4)$

18.(3)等腰直角三角形



19. (1) 证明: 因为 $\Delta = (2m-1)^2 - 4(m^2 - m) = 1 > 0$, 所以抛物线与 x 轴必有两个不同的交点。

(2) 令 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = x - 3m + 3$, 由题意知 $x = 0$

所以 $m^2 - m = -3m + 3$, 解得: $m_1 = -1, m_2 = -3$

20. (1) $\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$

$\therefore BA = BC \therefore \angle A = \angle BCA = 45^\circ$

又由旋转知 $\angle A = \angle BCE = 45^\circ$

$\therefore \angle DCE = \angle DCB + \angle BCE = 90^\circ$

(2) 在等腰直角三角形 ABC 中, $\because AB = 4, \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore BC = 4, AC = 4\sqrt{2}$

又 $AD:DC = 1:3 \therefore AD = \sqrt{2}, DC = 3\sqrt{2}$

又由旋转知 $AD = CE \therefore CE = \sqrt{2}$

由 (1) 知 $\angle DCE = 90^\circ \therefore DE^2 = DC^2 + CE^2 = 18 + 2 = 20$

又 $BD = BE, \angle DBE = 90^\circ$

\therefore 在 $Rt\triangle DBE$ 中, $BD^2 + BE^2 = DE^2 = 20 \therefore 2BD^2 = 20 \therefore BD = \sqrt{10}$

21. 解: (1) $w = (x-30) \cdot y = (x-30) \cdot (-x+60) = -x^2 + 90x - 1800$

所以 w 与 x 的函数关系式为: $w = -x^2 + 90x - 1800$ ($30 \leq x \leq 60$)

(2) $w = -x^2 + 90x - 1800 = -(x-45)^2 + 225$.

$\because -1 < 0$,

\therefore 当 $x=45$ 时, w 有最大值, w 最大值为 225.

答: 销售单价定为 45 元时, 每天销售利润最大, 最大销售利润 225 元.

(3) 当 $w=200$ 时, 可得方程 $-(x-45)^2 + 225 = 200$.

解得 $x_1=40$, $x_2=50$.

$\because 50 > 42$,

$\therefore x_2=50$ 不符合题意, 应舍去.

答: 该商店销售这种健身球每天想要获得 200 元的销售利润, 销售单价应定为 40 元.

22. 解: (1) 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = \angle D$, $AB = AD$,

$\because \angle EAF = \angle B$, $\therefore \angle C + \angle EAF = 180^\circ$, $\therefore \angle AEC + \angle AFC = 180^\circ$,

$\because AE \perp BC$, $\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$, $\therefore \angle AFC = 90^\circ$, $\angle AFD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD$, $\therefore AE = AF$.

(2) 如图 2, 由 (1), $\because \angle PAQ = \angle EAF = \angle B$,

$\therefore \angle EAP = \angle EAF - \angle PAF = \angle PAQ - \angle PAF = \angle FAQ$,

$\because AE \perp BC$, $AF \perp CD$, $\therefore \angle AEP = \angle AFQ = 90^\circ$,

$\because AE = AF$, $\therefore \triangle AEP \cong \triangle AFQ$, $\therefore AP = AQ$.

23. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 的对称轴是直线 $x=3$,

$\therefore -\frac{\frac{3}{2}}{2a} = 3$, 解得 $a = -\frac{1}{4}$,

\therefore 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$,

又抛物线与 x 轴交于点 A , B 两点, 且 B 点在 A 点右侧,

令 $y=0$, 得 $0 = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$, 解得 $x_1=-2$, $x_2=8$,

$\therefore A(-2, 0)$, $B(8, 0)$

(2) \because 抛物线与 y 轴交与点 C ,

$$\text{令 } x=0, \text{ 得 } y = -\frac{1}{4} \times 0^2 + \frac{3}{2} \times 0 + 4 = 4,$$

$$\therefore C(0, 4).$$

设直线 BC 的解析式: $y_{BC}=kx+b (k \neq 0)$,

把 B, C 两点坐标代入, 可得

$$\begin{cases} 8k+b=0 \\ 0 \times k+b=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$$

$$\therefore y_{BC} = -\frac{1}{2}x + 4,$$

假设存在, 设 P (x, y) ($0 < x < 8$)

连接 PB, PC, 过点 P 作 PD // y 轴交直线 BC 于点 D,

$$\therefore PD = y_P - y_D = \left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4\right) - \left(-\frac{1}{2}x + 4\right) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4$$

$$\text{又 } \because S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} PD \cdot OB = \frac{1}{2} \times 8 \times \left[-\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4\right] = -(x-4)^2 + 16$$

\therefore 当 $x=4$ 时, $\triangle PBC$ 的面积最大, 最大面积是 16,

又 $\because 0 < x < 8$,

\therefore 存在点 P 使 $\triangle PBC$ 的面积最大, 最大面积是 16.

$$(3) M \text{ 的坐标为 } (4, 6) \text{ 或 } (4 + \sqrt{37}, -2 - \frac{1}{2}\sqrt{37}) \text{ 或 } (4 - \sqrt{37}, -2 + \frac{1}{2}\sqrt{37})$$